

UTICAJ ŠIRINE PROPUSNOG OPSEGA IDEALNOG SISTEMA ZA PRENOS NA TALASNI OBLIK PRENOŠENOG SIGNALA

Osnovna pretpostavka u razmatranjima idealnih sistema za prenos bila je da signal ima ograničen spektar i da se granice spektra signala ***poklapaju sa graničnim učestanostima sistema za prenos.***

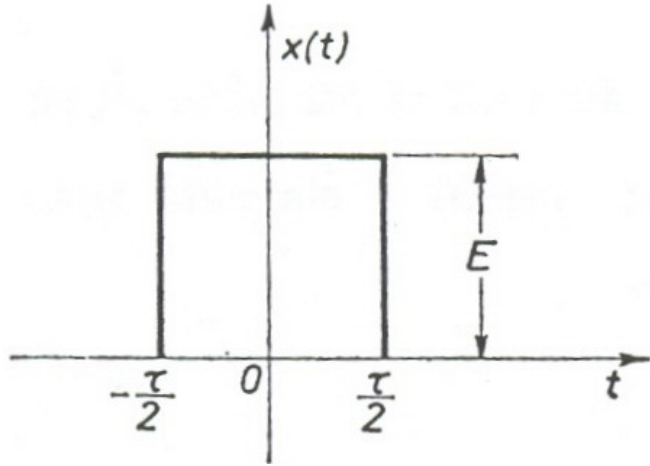
Razmatrajmo situaciju kada se signal prenosi kroz idealan linearni sistem pri čemu gore navedeni uslov nije ispunjen (odnosno propusni opseg sistema je manji od širine spektra signala).

1. PROPUSNIK NISKIH UČESTANOSTI

Posmatrajmo idealan sistem za prenos koji propušta samo komponente niskih učestanosti. Njegova funkcija prenosa je data izrazom:

$$H(j\omega) = A(\omega)e^{-j\theta(\omega)}$$
$$A(\omega) = \begin{cases} A = \text{const} & |\omega| < \omega_N \\ 0 & |\omega| > \omega_N \end{cases}, \quad \theta(\omega) = \omega t_0$$

Neka na ulaz sistema dolazi pravougaoni impuls:



$$X(j\omega) = \tau E \frac{\sin \frac{\omega\tau}{2}}{\frac{\omega\tau}{2}}$$

$$Y(j\omega) = \begin{cases} \tau E \frac{\sin \frac{\omega\tau}{2}}{\frac{\omega\tau}{2}} A e^{-j\omega t_0} & |\omega| < \omega_N \\ 0 & |\omega| > \omega_N \end{cases}$$

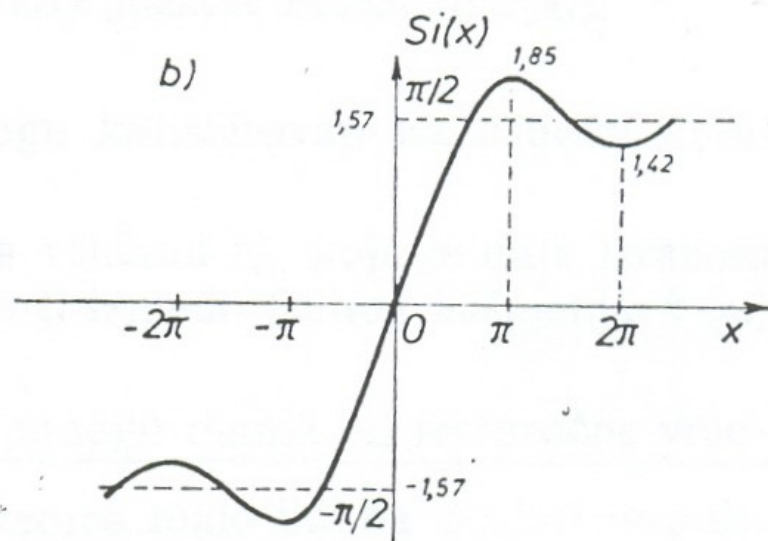
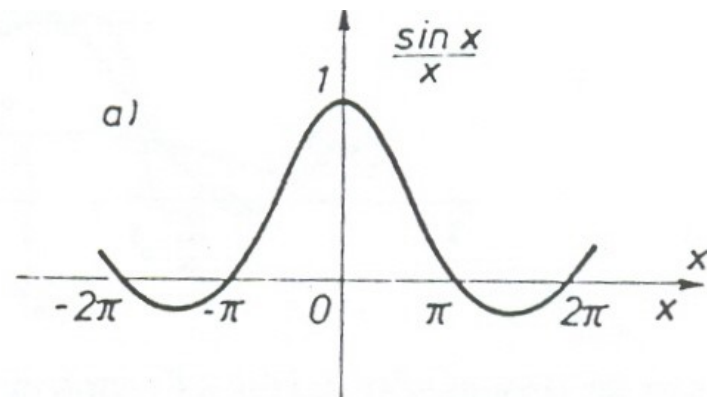
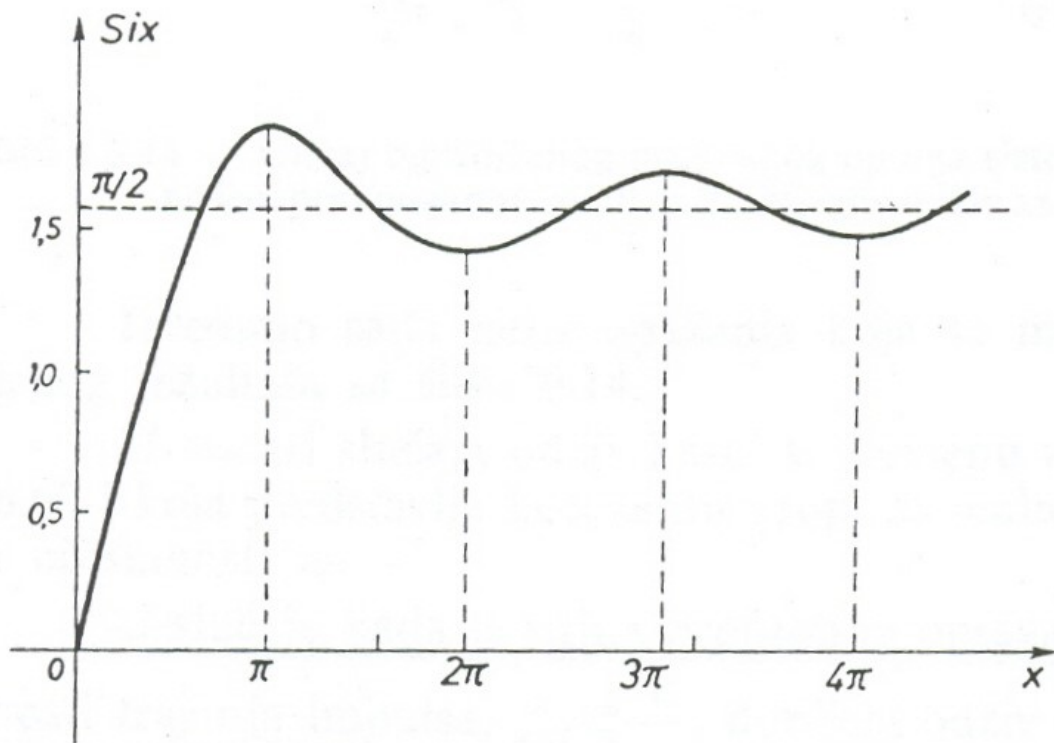
$$y(t) = \frac{AE\tau}{2\pi} \int_{-\omega_N}^{\omega_N} \frac{\sin \frac{\omega\tau}{2}}{\frac{\omega\tau}{2}} \cos \omega(t-t_0) d\omega = \frac{AE\tau}{2\pi} \int_{-\omega_N}^{\omega_N} \left(\frac{\sin \omega \left(t-t_0 + \frac{\tau}{2} \right)}{\frac{\omega\tau}{2}} - \frac{\sin \omega \left(t-t_0 - \frac{\tau}{2} \right)}{\frac{\omega\tau}{2}} \right) d\omega$$

$$y(t) = \frac{AE}{\pi} \int_0^{\omega_N \left(t-t_0 + \frac{\tau}{2} \right)} \frac{\sin x}{x} dx - \frac{AE}{\pi} \int_0^{\omega_N \left(t-t_0 - \frac{\tau}{2} \right)} \frac{\sin x}{x} dx$$

Integral funkcije $\sin x/x$ ne može da se riješi u zatvorenoj formi, tako da se definiše funkcija **sinus integralni od x** :

$$Si(x) = \int_0^x \frac{\sin x}{x} dx$$

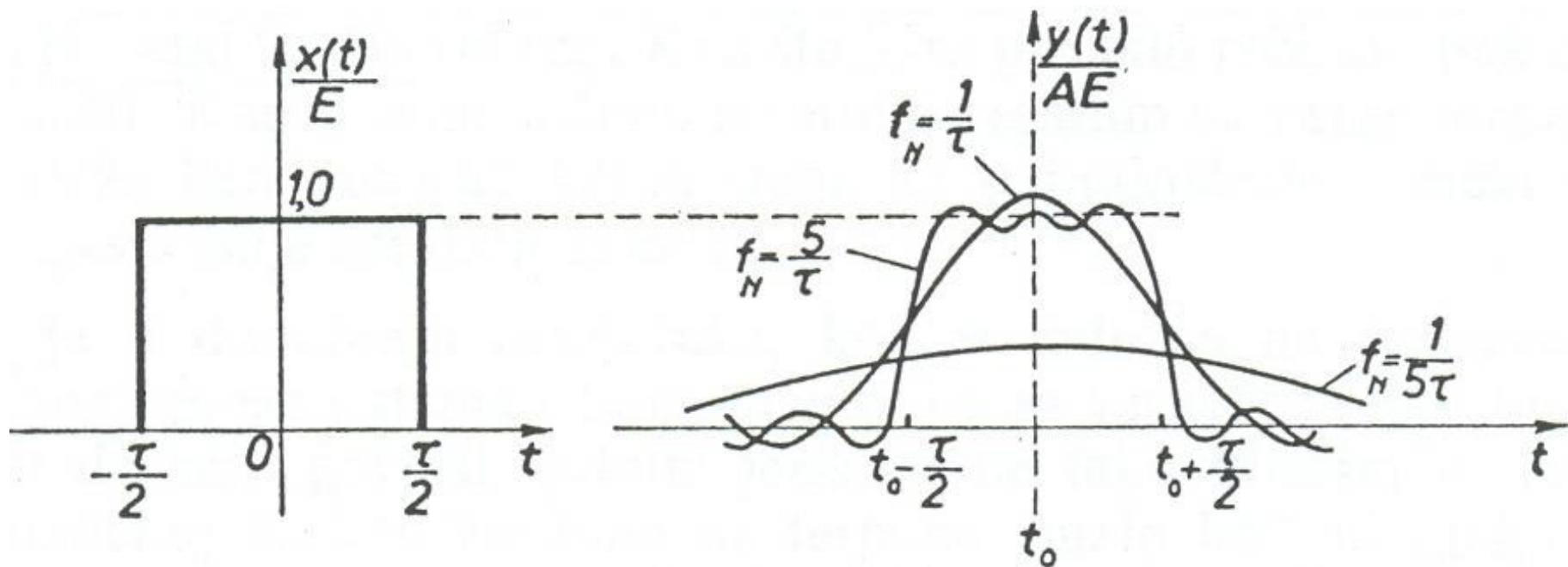
$$Si(-x) = -Si(x)$$



Sada možemo zapisati:

$$y(t) = \frac{AE}{\pi} \left\{ \text{Si} \left[\omega_N \left(t - t_0 + \frac{\tau}{2} \right) \right] - \text{Si} \left[\omega_N \left(t - t_0 - \frac{\tau}{2} \right) \right] \right\}$$

Za tri različite vrijednosti granične učestanosti $f_N = \omega_N/2\pi$ ($f_N \ll 1/\tau$, $f_N = 1/\tau$ i $f_N \gg 1/\tau$), talasni oblici izlaznog signala prikazani su na slici.



Slika: Uticaj ograničenog propusnog opsega sistema propusnika niskih učestanosti na prenošeni pravougaoni impuls $x(t)$ i njegov odziv $y(t)$ za razne granične učestanosti

- Na osnovu rezultata prikazanih na slici, mogu se izvesti sledeći zaključci:
- U sva tri slučaja odziv ***kasni u vremenu*** za veličinu t_0 određenu faznim kašnjenjem koje unosi sistem za prenos.
 - U slučaju kada je širina propusnog opsega znatno manja od recipročne vrijednosti trajanja impulsa ($f_N \ll 1/\tau$), dobijeni odziv ima veoma malo sličnosti sa poslatim impulsom (***izobličenje je vrlo veliko***).
 - U slučaju kada je širina propusnog opsega jednaka recipročnoj vrijednosti trajanja impulsa ($f_N = 1/\tau$), dobijeni odziv omogućava da se prepozna da je bio poslat impuls i , relativno uzevši, postoji značajna sličnost, iako je talasni oblik odziva daleko od toga da bude pravougaonik.
 - U slučaju kada je širina propusnog opsega znatno veća od recipročne vrijednosti trajanja impulsa ($f_N \gg 1/\tau$), dobijeni odziv ima značajno veći stepen sličnosti sa poslatim pravougaonim impulsom.
 - Trenutak u kome se završava ulazni signal je $t = \tau/2$, dok je izlazni signal traje beskonačno $t \rightarrow -\infty$. Ovakav rezultat ukazuje na neku nepravilnost. ***Ne može da postoji odziv na izlazu, a da ne postoji pobudni signal na ulazu u sistem.***

✓ Zaključak:

Idealan sistem propusnik niskih učestanosti sa proizvoljno odabranom amplitudskom i faznom karakteristikom ***ne može se realizovati***.

Korisni linkovi

- <http://www.jhu.edu/~signals/index.html>
- <http://www.jhu.edu/%7Esignals/ctftprops/indexCTFTprops.htm>
- <http://www.falstad.com/fourier/j2/>
- <http://www.see.ed.ac.uk/~mjj/dspDemos/EE4/tutConv.html?http://oldeee.see.ed.ac.uk/~mjj/dspDemos/EE4/tutConv.html>
- <http://www.see.ed.ac.uk/~mjj/dspDemos/EE4/tutFSFT.html?http://oldeee.see.ed.ac.uk/~mjj/dspDemos/EE4/tutFSFT.html>
- <http://www.see.ed.ac.uk/~mjj/dspDemos/EE4/tutFS.html?http://oldeee.see.ed.ac.uk/~mjj/dspDemos/EE4/tutFS.html>

OBRADA SIGNALA

- Različite vrste poruka se, prije prenosa telekomunikacionim sistemima, ekvivalentiraju električnim signalima.
- Dobijeni električni signali se na drugi kraj veze mogu prenositi u svom izvornom obliku – ***prenos u osnovnom (prirodnom, fizičkom) opsegu učestanosti***. Ovakav prenos je najjednostavniji.
- Osim ovog, postoje i drugi načini prenosa koji zahtijevaju prethodnu obradu originalnog signala. Cilj obrade je da se jednom pomoćnom periodičnom determinističkom signalu modifikuju neki osnovni parametri, tako da on postane ***nosilac*** originalnog signala, a samim tim i prenošene poruke. Postupak kojim se modifikuju parametri periodičnog signala u funkciji karakterističnih veličina izvornog signala, naziva se ***modulacija***.
- Cilj postupka modulacije je da se signal obradi tako da bude podesan za prenos.

Signal koji je originalni nosilac poruke naziva se ***modulišući signal***, pomoćni periodični signal se naziva ***nosilac***, a modulišućim signalom modifikovani nosilac naziva se ***modulisani signal***.

Na mjestu prijema primljeni modulisani signal mora da se podvrgne novoj obradi. Neminovan je inverzan proces: iz modulisanog signala treba izvući originalan signal koji nosi poruku. Takav postupak obrade modulisanog signala naziva se ***demodulacija***, a na prijemu dobijeni originalan signal ***demodulisani (detektovani) signal***.

Modulacija i demodulacija predstavljaju dva nerazdvojiva postupka u prenosu signala. Prvi je vezan za predajnik, a drugi za prijemnik. Sklop kojim se obavlja modulacija naziva se ***modulator***, a sklop u kome se obavlja demodulacija ***demodulator***. U opštem modelu komunikacionog sistema, modulator je sastavni dio kanalnog kodera, a demodulator kanalnog dekodera. Zajedničkim imenom, modulator i demodulator nazivaju se ***modem***.

Obrada signala ima veliki značaj. Neke mogućnosti koje pruža modulacija su:

- Radioprenos poruka
- Frekvencijski multipleksni ili višekanalni sistemi prenosa.
- Veća zaštita prenošenog signala od uticaja smetnji u vidu šumova.
- Specijalnim postupcima modulacije signali se mogu zabilježiti i uskladištiti, što ima poseban značaj za njihovu reprodukciju u bilo kom vremenu.

Danas postoji mnogo načina za modulisanje nosilaca koji se mogu klasifikovati u nekoliko grupa. Podjela se može izvršiti prema talasnom obliku modulisanog signala:

- 1) postupci u kojima je modulisani signal kontinualan,
- 2) postupci kojima se kao rezultat modulacije dobija signal impulsnog talasnog oblika (naredni semestar).

Kod postupaka u kojima se dobija ***kontinualan*** modulirani signal kao nosilac se koristi signal ***sinusoidalnog talasnog oblika***. On ima tri karakteristična parametra: amplitudu, učestanost i fazu. Na svaki od ovih parametara se može posebno uticati, tako što se izabrani parametar mijenja direktno srazmjerno modulišućem signalu. U skladu sa tim razlikuje se:

- a) ***Amplitudska modulacija*** (AM) - amplituda nosioca je direktno proporcionalna modulišućem signalu;
- b) ***Frekvencijska modulacija*** (FM) - učestanost nosioca je direktno proporcionalna modulišućem signalu;
- c) ***Fazna modulacija*** (Φ M) - faza nosioca je direktno proporcionalna modulišućem signalu.

Poslednja dva modulaciona postupka se nazivaju zajedničkim imenom ***ugaona modulacija*** (UM).

AMPLITUDSKA MODULACIJA

Spada u grupu linearnih modulacionih postupaka u kojima se koristi kontinualni nosilac sinusoidalnog talasnog oblika.

Kod linearnih modulacionih postupaka modulacija se obavlja translacijom spektra modulišućeg signala bez generisanja novih spektralnih komponenti.

U procesu ove modulacije amplituda nosioca modifikuje se tako da ona postane vremenska funkcija direktno srazmjerna modulišićem signalu.

Postoji nekoliko vrsta amplitudski moduliranih signala. Oni se međusobno razlikuju po tome koji se karakteristični dio spektra moduliranog signala prenosi, pa razlikujemo:

1. AM signal sa dva bočna opsega (AM-2BO)
2. AM signal sa dva bočna opsega i nosiocem – konvencionalni AM signal (KAM)
3. AM signal sa jednim bočnim opsegom (AM-1BO)
4. AM signal sa nesimetričnim bočnim opsezima (AM-NBO)

Inverzan proces - demodulacija AM signala je takođe linearan i predstavlja translaciju spektra iz domena viših u domen nižih učestanosti.

PRODUKTNA MODULACIJA-PRINCIP DOBIJANJA AM SIGNALA

Kod AM nosilac je kontinualan, oblika:

$$u_0(t) = U_0 \cos \omega_0 t$$

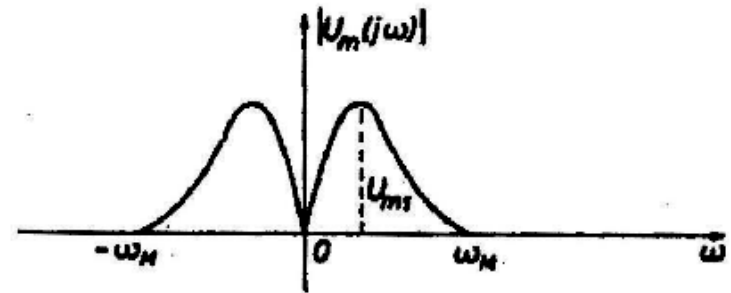
$U_0 = \text{const.}$ je amplituda napona nosioca, $\omega_0 = 2\pi f_0$ njegova kružna učestanost.

Neka je sa $u_m(t)$ označen električni ekvivalent poruke (modulišući signal).

Pretpostavimo da modulišući signal ima sledeće osobine:

- da je njegova srednja vrijednost jednaka nuli;
- da je njegov spektar ograničen učestanošću ω_M

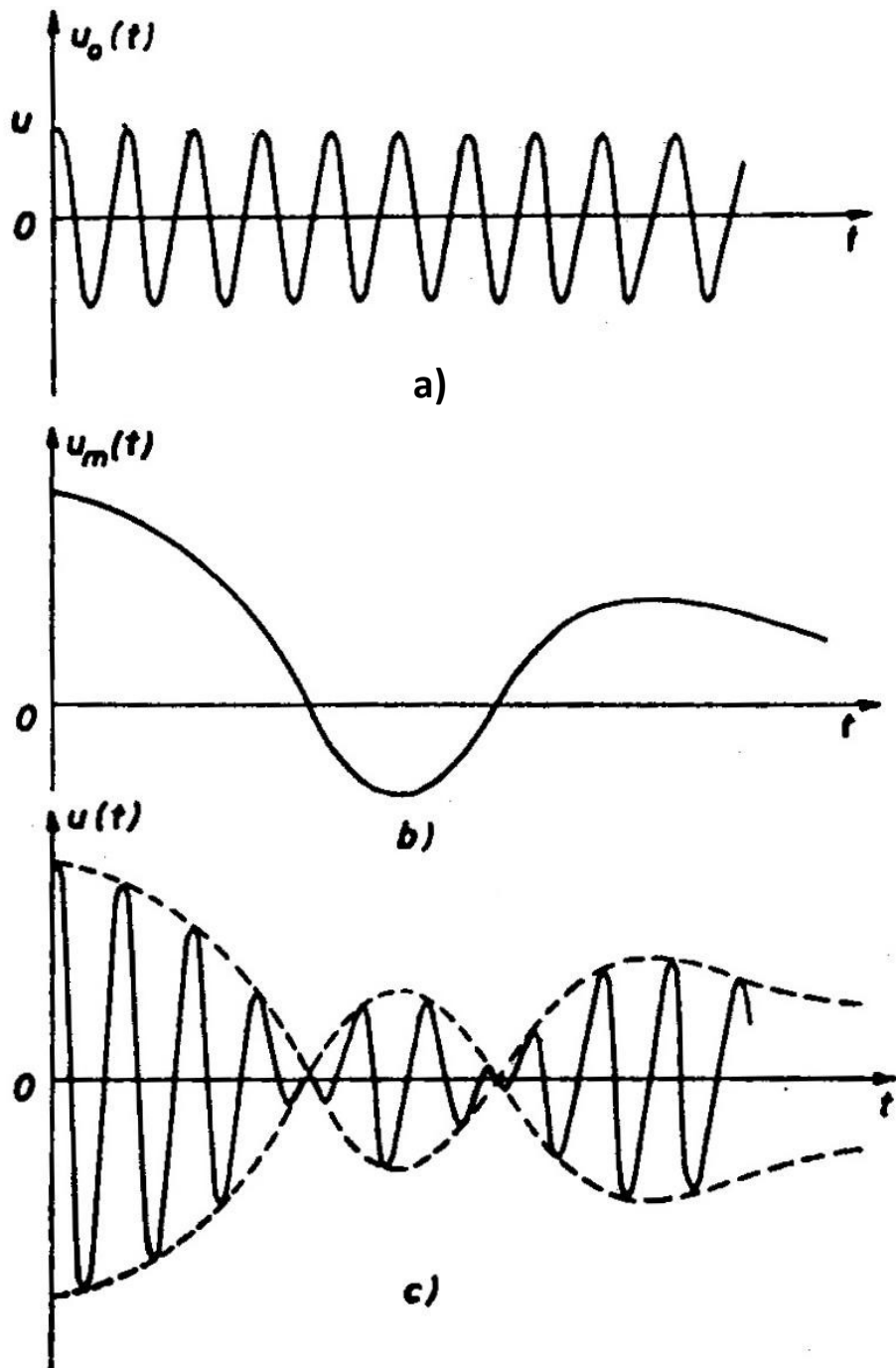
$$U_m(j\omega) = \begin{cases} U_m(j\omega) & |\omega| < \omega_M \\ 0 & |\omega| > \omega_M \end{cases}$$



Amplitudska modulacija podrazumijeva modifikaciju amplitude nosioca tako da ona u procesu modulacije postaje direktno srazmjerna modulišućem signalu. Stoga izraz za amplitudski modulirani signal treba da bude u obliku:

$$u_{AM}(t) = k_U u_m(t) \cos \omega_0 t$$

k_U predstavlja neku konstantu proporcionalnosti. Veličina $k_U u_m(t)$ može da se shvati kao promjenljiva amplituda koja nosi poruku.



Na slici su prikazane funkcije koje predstavljaju nosilac, modulišući i modulisani signal. Uočava se da je anvelopa modulisanog signala direktno srazmjerna modulišućem signalu.

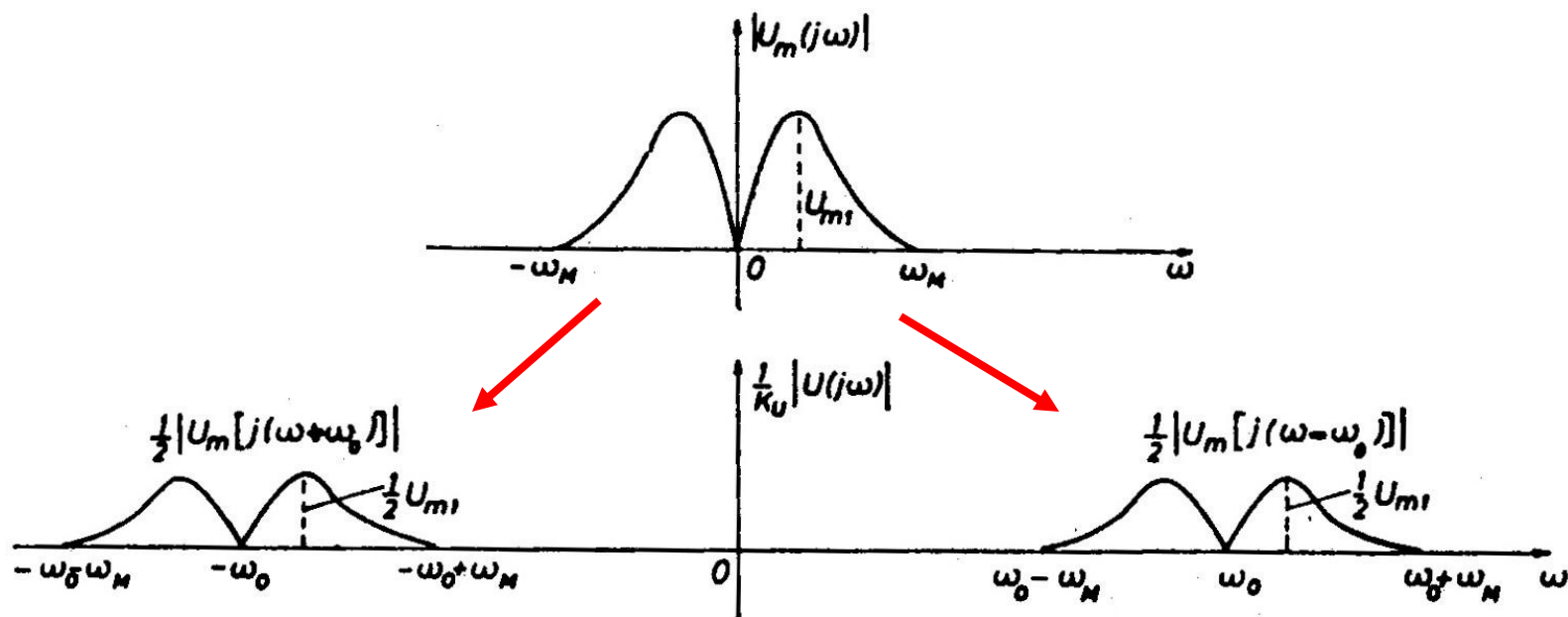
Iz izraza za AM signal vidi se da se on dobija kao proizvod dvije funkcije: $k_U u_m(t)$ i $\cos \omega_0 t$. Stoga se modulacija zasnovana na ovom principu naziva **produktna modulacija**, a sklopovi pomoću kojih se ona realizuje nazivaju se **produktivnim modulatorima**.

Slika: a) Nosilac b) modulišući signal c) modulisani signal

Spektar dobijenog AM signala (primjenom Fourierove transformacije):

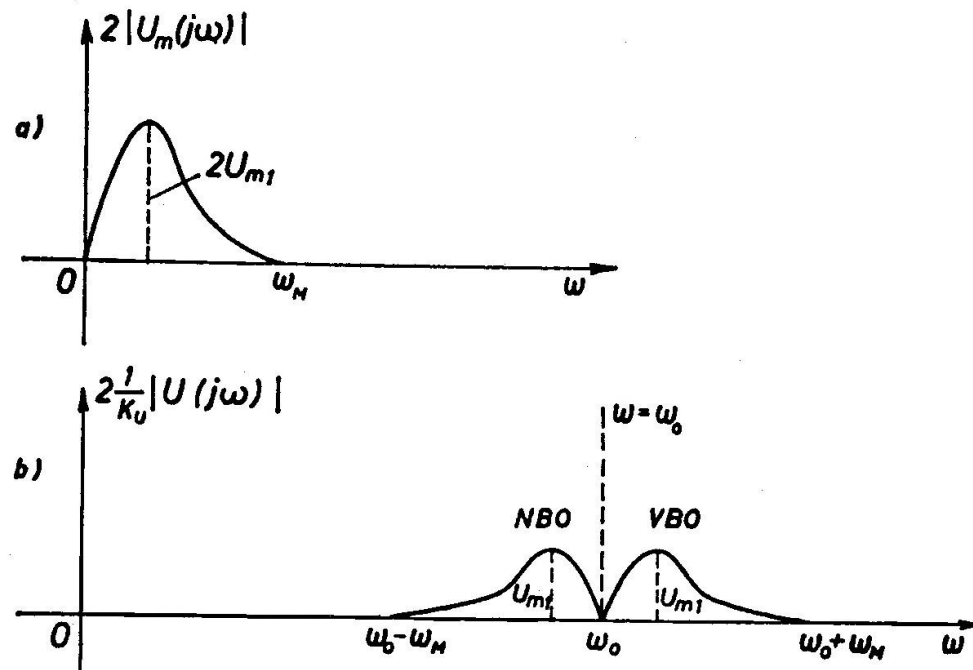
$$U(j\omega) = \frac{1}{2} k_U U_m [j(\omega - \omega_0)] + \frac{1}{2} k_U U_m [j(\omega + \omega_0)]$$

Zaključujemo da se množenjem signala i nosioca u vremenskom domenu vrše dvije translacije u frekvencijskom domenu, jedna za vrijednost učestanosti nosioca ω_0 i druga za $-\omega_0$.



Slika: Na gornjoj slici je spektralna gustina amplituda modulišućeg signala $u_m(t)$, a na donjoj spektralna gustina amplituda modulisanog signala $u(t)/k_U = u_m(t)\cos \omega_0 t$

Poslije izvršene amplitudske modulacije širina spektra je dva puta veća od širine spektra modulišućeg signala. Spektar koji se nalazi u opsegu učestanosti $(\omega_0 \div \omega_0 + \omega_M)$ naziva se **višim bočnim opsegom** (VBO), a njemu simetričan spektar u opsegu $(\omega_0 - \omega_M \div \omega_0)$ **nižim bočnim opsegom** (NBO).



Slika: a) Spektralna gustina amplituda modulišućeg signala $u_m(t)$
 b) spektralna gustina amplituda modulisanog signala $u(t)/k_U = u_m(t)\cos \omega_0 t$
 u slučaju kada se uzmu u obzir samo pozitivne učestanosti.

- Oblik i jednog i drugog bočnog opsega ostao je isti kao i oblik spektra modulišućeg signala. Znači, modulirani signal vjerno nosi u sebi prenošenu poruku.
- Cilj modulacije je translacija spektra modulišućeg signala za vrijednost ω_0 .
- Prenošeni signal $u_m(t)$, u svom osnovnom opsegu učestanosti, ima spektar koji zauzima opseg:

$$B_{NF} = f_M - 0 = f_M$$

Modulirani signal zauzima dva puta širi opseg učestanosti :

$$B_{VF} = (f_0 + f_M) - (f_0 - f_M) = 2f_M = 2B_{NF}$$

Modulirani signal ima dva bočna opsega, i ovaj tip amplitudski moduliranog signala naziva se AM signal sa dva bočna opsega (AM-2BO). I viši i niži bočni opseg imaju oblik spektra modulišućeg signala, pa je za prenos željene poruke u principu dovoljno prenositi samo jedan bočni opseg. Takav AM signal se naziva AM signal sa jednim bočnim opsegom (AM-1BO).